

## Kontinuierliche Formulierungen des Ensemble-Kalmanfilters

K. Bergemann and S. Reich

Universität Potsdam, Institut für Mathematik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Deutschland (kayberg@uni-potsdam.de)

In den vergangenen Jahren erfreuen sich Ensemble-Kalmanfilter(EnKF) zunehmender Beliebtheit bei der Assimilation von Messdaten in dynamische Modelle. Dabei wird der Zustand des gegebenen Systems sowie dessen Fehlerkovarianzmatrix aus einem Ensemble unabhängiger Lösungen des Modells geschätzt. Der Rang der Kovarianzmatrix ist in typischen Anwendungen in der Meteorologie und Ozeanografie viel kleiner als die Dimension des Phasenraums. Dies führt zu verschiedenen Problemen. Neben Samplingfehlern, also Fehlern durch die konkrete Wahl des Ensembles, sind das vor allem falsche langreichweitige Korrelationen in der Kovarianzmatrix, die zur Divergenz des Filteralgorithmus führen können. Die zur Zeit gebräuchlichste Methode, diese falschen Korrelationen zu beseitigen, ist die sog. Lokalisierung bei der die Einträge der Kovarianzmatrix entsprechend ihres physikalischen Abstands so gewichtet werden, dass langreichweitige Korrelationen möglichst verschwinden.

Diese Methode ist allerdings nicht ganz unproblematisch. So ist die verbreitete Schurprodukt-basierte Realisierung der Lokalisierung für die Klasse der Ensemble-Transform/Square-Root-Filter nur mittels einer seriellen Behandlung von Messdaten möglich. Es besteht allerdings noch ein deutlich gravierenderes Problem. Die zeitlich unstetige Veränderung der Ensemblemitglieder durch gängige EnKF-Verfahren kann dazu führen, dass die dynamischen Balancen (z.B. geostrophische Balance) gestört und unphysikalische Ausgleichsprozesse, wie beispielsweise hochfrequente Wellen, angeregt werden können. Dieses Verhalten wird durch Lokalisierung noch verstärkt[5].

Wir schlagen eine kontinuierliche Variante des Ensemble-Transform-Kalmanfilters vor, die den Analyseschritt über gewöhnliche Differentialgleichungen realisiert und die eine einfache Implementation der Lokalisierungsmethode ermöglicht[1]. Zusammen mit glatten Approximationen der Dirac-Deltafunktion[4] bildet sie die Grundlage für den Mollified Ensemble-Kalmanfilter (MEnKF), der eine kontinuierliche Einbettung der Filtergleichungen in die Modelldifferentialgleichungen ermöglicht. Ähnlich wie bei Verfahren wie Incremental Analysis Updates(IAU[3]), bei denen die Inkremente des Analyseschritts auf ein Zeitintervall verteilt werden, kann der MEnKF die Anregung von Imbalancen verringern[2]. Wir zeigen die Eigenschaften des MEnKF anhand eines erweiterten quasi-geostrophischen Modells, das mehrskalige Dynamik erlaubt.

## References

- [1] K. Bergemann and S. Reich. A localization technique for ensemble Kalman filters. *Q.J.R. Meteorological Soc.*, 136:701–707, 2010.
- [2] K. Bergemann and S. Reich. A mollified ensemble Kalman filter. *submitted*.
- [3] S.C. Bloom, L.L. Takacs, A.M. Da Silva and D. Ledvina. Data assimilation using incremental analysis updates. *Mon. Wea. Rev.*, 124:1256–1271, 1996.
- [4] K.O. Friedrichs. The identity of weak and strong extensions of differential operators. *Trans. Am. Math. Soc.*, 55:132–151, 1944.
- [5] P.R. Oke, P. Sakov and S.P. Corney. Impacts of localisation in the EnKF and EnOI: experiments with a small model. *Ocean Dynamics*, 57:32–45, 2007